

2108002202050032
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF COMMERCE (EXTERNAL)
(SECOND YEAR)
STATISTICS – II (PRINCIPAL)

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 100]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

- a. Name of the Examination: **BACHELOR OF COMMERCE (EXTERNAL) (SECOND YEAR)**
- b. Name of the Subject: **STATISTICS – II (PRINCIPAL)**
- c. Subject Code No: **2108002202050032**

2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5. Statistical table and graph papers would be supplied on request.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

20

Answer the following questions.

1. નીચેની માહિતીમાં સામાયિક શ્રેણી માટે છેલ્લા પાંચ વર્ષના વલણની કિંમતો અનુક્રમે 103,97,75,64,92 અને અલ્પકાલીન વધઘટો અનુક્રમે – 3, – 2, 0, 1,3 તો મૂળ શ્રેણી શોધો.

For the Time series in the following data, the trend values for the last five years are 103,97,75,64,92 respectively and the short-term fluctuations are respectively – 3, – 2,0,1,3 then find the original series.

2. ઉદ્દગમ બિંદુ 2019 સાથેનું વાર્ષિક વલણ સમીકરણ $y = 74.5 + 8.4x$ છે. તો 2022 ના વર્ષનું ઉદ્દગમ બિંદુ સાથેનું વલણ સમીકરણ મેળવો.

The annual trend equation with origin 2019 is $y = 74.5 + 8.4x$ then find the trend equation with the origin of the year 2022.

3. સામાયિક શ્રેણીના બે ઉપયોગ જણાવો.

State two uses of time series.

4. જો $r = 0.85, \sigma_x = 3, \sigma_y = 2$ હોય તો b_{yx} અને b_{xy} ની કિંમત શોધો.
If $r = 0.85, \sigma_x = 3, \sigma_y = 2$ then find b_{yx} and b_{xy} .
5. જો બે નિરપેક્ષ ધનાત્મક ચલો x અને y નો સરવાળો $x + y$ એ પ્રચલ $m + n$ વડે ગામા ચલ હોય અને તે પૈકી એક ચલ x એ m પ્રચલવાળો ગામા ચલ હોય તો y એ પ્રચલ n વડે ગામા ચલ છે એમ બતાવો.
If the sum of the two independeny positive variables x and y , $x + y$ is the gamma variable with parameter $m + n$ and one of those variable x is gamma variate with parameter m then, show that y is a gamma variable with parameter n .
6. જો X_1^2 અને X_2^2 અનુક્રમે n_1 અને n_2 સ્વતંત્રતાની માત્રાવાળા બે નિરપેક્ષ X^2 ચલો હોય તો $X_1^2 + X_2^2$ એ $n_1 + n_2$ સ્વતંત્રતાની માત્રાવાળો X^2 ચલ છે એમ બતાવો.
If X_1^2 and X_2^2 are two independent X^2 variables with degrees of freedom n_1 and n_2 respectively, then Show that $X_1^2 + X_2^2$ is a X^2 variable with $n_1 + n_2$ degrees of freedom.
7. જો $r_{12} = r_{13} = r_{23} = 0.4$ હોય તો $R_{1(23)}^2$ ની કિંમત શોધો.
If $r_{12} = r_{13} = r_{23} = 0.4$ then find the value of $R_{1(23)}^2$.
8. જો એક વસ્તુની માંગનું વિધેય $P = 200 - 10x$ હોય તો વસ્તુની કઈ માગ કુલ આમદની વિધેયને મહત્તમ બનાવશે?
A demand function of a commodity $P = 200 - 10x$ then at which demand of a commodity total revenue function will be maximum?
9. જો કુલ ખર્ચ વિધેય $C = 50 + 3x + 2\sqrt{x}$ હોય તો 100 એકમની માગ હોય ત્યારે સીમાંત ખર્ચ શોધો.
If the total cost function is $C = 50 + 3x + 2\sqrt{x}$ then find marginal cost when demand is 100 unit.
10. ઉત્પાદન વિધેય એટલે શું?
What is production function?

Q.2

- a) સામાયિક શ્રેણીનું વિશ્લેષણ એટલે શું છે? સામાયિક શ્રેણીના ગુણાકાર અને સરવાળાનું મોડલ એકબીજાથી કેવી રીતે અલગ પડે છે?

What is time series analysis? How do the multiplicative and additive models of time series differ from each other?

6

- b) નીચે આપેલ માહિતી પરથી ચલિત સરેરાશની રીતે મોસમી વધઘટ અને અનિયમિત વધઘટ શોધો.

8

વર્ષ	મોસમ			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
2019	130	116	112	122
2020	136	126	126	160
2021	140	118	112	104
2022	120	110	102	116

From the data given below, find the seasonal fluctuations and irregular fluctuations by the moving average method.

Year	Season			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
2019	130	116	112	122
2020	136	126	126	160
2021	140	118	112	104
2022	120	110	102	116

- c) ગામા વિતરણની વ્યાખ્યા આપી તેનું પ્રધાત સર્જક વિધેય મેળવો અને તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

6

Define the Gamma distribution. Find its moment generator function and its mean and variance.

અથવા

OR

- a) સામાયિક શ્રેણીની મોસમી વધઘટ શોધવાની રીત સમજાવો.

6

Explain the method of finding the seasonal fluctuation of a time series.

- b) નીચે ખાંડની ફેક્ટરીના ઉત્પાદનના આંકડા (હજાર ટનમાં) આપવામાં આવ્યા છે:

8

વર્ષ :	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
ઉત્પાદન :	77	88	94	85	91	98	90

Below are given the figures of production (in thousand tons), of a sugar Factory:

Year :	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Production :	77	88	94	85	91	98	90

1) ન્યુનતમ વર્ગની પદ્ધતિ દ્વારા સુરેખાનું અન્વયોજન કરો અને વલણ કિંમત દર્શાવો.

Fit a straight line by the method of 'least squares' and show the trend values.

2) ઉત્પાદનમાં માસિક વધારો કેટલો છે?

What is the monthly increase in production?

3) સરવાળા અને ગુણાકાર બંને મોડલનો ઉપયોગ કરીને વલણને દૂર કરો.

Eliminate the trend by using both additive and multiplicative models.

c) પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,

1) $\bar{n} = (n - 1)!$

2) $\beta(m, n) = \beta(n, m)$

Prove that as usual notation

1) $\bar{n} = (n - 1)!$

2) $\beta(m, n) = \beta(n, m)$

6

Q.3

a) સરેરાશ આવક, સીમાંત આવક અને માગની મૂલ્યસાપેક્ષતા સમજાવો. પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,

$$\eta = \frac{AR}{AR - MR}$$

Explain average revenue, marginal revenue and elasticity of demand. As usual notation

Prove that,

$$\eta = \frac{AR}{AR - MR}$$

6

b) એક ઈજારદાર માટે માગ વિધેય અને કુલ ખર્ચ વિધેય નીચે મુજબ છે :

$$x = 60 - 3p \text{ (માગ વિધેય)}$$

$$C = \frac{x^2}{20} + 30 \text{ (ખર્ચ વિધેય)}$$

અધિકતમ નફો મેળવવા ઈજારદાર કેટલું ઉત્પાદન કરશે ? અધિકતમ નફા માટેની કિંમત અને અધિકતમ નફો શોધો.

The demand function and total cost function for a monopolist are as follows:

$$x = 60 - 3p \text{ (Demand Function)}$$

$$C = \frac{x^2}{20} + 30 \text{ (Cost Function)}$$

How much will a monopolist produces to maximize profit? Find the price for maximum and the maximum profit.

8

- c) F વિતરણનું r -ઘાતી પ્રઘાત મેળવો અને તેના પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. 6

Find the r^{th} Moment of the F – distribution and derive the mean and Variance from it.

અથવા

OR

- a) જો માંગનું વિધેય $x = f(P)$ અને મૂલ્યસાપેક્ષતા η હોય તો $P \cdot f(P)$ અને $\frac{f(P)}{P}$ વિધેયો માટે માગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા $\eta - 1$ અને $\eta + 1$ થશે એમ દર્શાવો. 7

If demand function is $x = f(P)$ and its elasticity of demand is η then show that for the functions $P \cdot f(P)$ and $\frac{f(P)}{P}$ the elasticity of demand is $\eta - 1$ and $\eta + 1$ respectively.

- b) 1) પુરવઠાના વિધેય $x = 5 + 3\sqrt{p}$ માટે $x = 14$ આગળ પુરવઠાની મૂલ્યસાપેક્ષતા શોધો. 3

The supply function is $x = 5 + 3\sqrt{p}$ Find elasticity of supply at $x = 14$

- 2) એક વસ્તુ માટે માગ અને પુરવઠાનાં વિધેય નીચે પ્રમાણે છે. 4

$$D : x = 130 - 4p$$

$$S : p = 10 + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{100}$$

બજાર સમતુલા ભાવ અને સમતુલિત જથ્થો મેળવો.

The demand and supply function for a commodity is as follows

$$D : x = 130 - 4p$$

$$S : p = 10 + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{100}$$

Find the market equilibrium price and equilibrium quantity.

- c) X^2 , t અને F વિતરણ વચ્ચેનો આંતર સબંધ સમજાવો. 6

Explain the relationship between X^2 , t and F distributions.

Q.4

- a) નિયતસબંધાંકની વ્યાખ્યા આપો. નિયતસબંધાંકની કિંમત ઉદ્દગમ બિંદુ પરિવર્તનથી નિરપેક્ષ છે પરંતુ અને સ્કેલ પરિવર્તન થી નિરપેક્ષ નથી એમ બતાવો. 6

Define Regression coefficient. Show that the value of the regression coefficient is an independent of change of origin but not independent of change of scale.

- b) નીચેની માહિતી પરથી બંને નિયતસબંધાંક રેખાઓ શોધો તથા જ્યારે $x = 600$ હોય ત્યારે y ની કિંમતનું આગણન કરો અને જ્યારે $y = 30$ હોય ત્યારે x નું આગણન કરો.

	x	y
સરેરાશ	508.4	26.7
પ્રમાણિત વિચલન	36.8	4.6
સહસંબંધાક	0.52	

From the following data find both the regression line and Estimate the value of y when $x = 600$ and value of x when y

	x	y
Average	508.4	26.7
Standard deviation	36.8	4.6
Coefficient of correlation	0.52	

- c) પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,

$$(1) \beta \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \pi$$

$$(2) \beta(1,1) = 1$$

Prove that, as usual notation,

$$(1) \beta \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \pi$$

$$(2) \beta(1,1) = 1$$

અથવા

OR

- a) ન્યુનતમ વર્ગની રીતે y ની x પરની નિયતસબંધ રેખાનું સમીકરણ મેળવો. દર્શાવો કે બે નિયતસબંધાંકનો ગુણોત્તર મધ્યક સહસબંધાંકની કિંમત આપે છે.

Find the equation of the regression line of y on x by the least squares method. Show that the geometric mean of two regression coefficient gives the value of the coefficient of correlation.

- b) નીચેની માહિતી પરથી બે નિયતસબંધાંક અને સહસબંધાંક શોધો.

y \ x	18	19	20	21	22
20-25	3	2	-	-	-
15-20	-	5	4	-	-
10-15	-	-	7	10	-
5-10	-	-	-	3	2
0-5	-	-	-	3	1

Find the two regression coefficient and the correlation coefficient from the following data.

y \ x	18	19	20	21	22
20-25	3	2	-	-	-
15-20	-	5	4	-	-
10-15	-	-	7	10	-
5-10	-	-	-	3	2
0-5	-	-	-	3	1

c) જો $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ જ્યાં $i = 1, 2, 3, \dots, n$ હોય તો સાબિત કરો કે

7

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \sim \gamma \left(\frac{n}{2} \right)$$

If $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ where $i = 1, 2, 3, \dots, n$ then prove that

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \sim \gamma \left(\frac{n}{2} \right)$$

Q.5

a) આંશિક સહસંબંધ અને આંશિક નિયતસંબંધની વ્યાખ્યા આપો અને પ્રયત્નિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે,

7

$$1) r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{1 - r_{13}^2} \sqrt{1 - r_{23}^2}}$$

$$2) b_{12.3} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{1 - r_{23}^2}$$

Give the definition of partial correlation and regression and as the usual notation prove that

$$1) r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{1 - r_{13}^2} \sqrt{1 - r_{23}^2}}$$

$$2) b_{12.3} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{1 - r_{23}^2}$$

b) જો $\bar{X}_1 = 6, \bar{X}_2 = 7, \bar{X}_3 = 8, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \sigma_3 = 3, r_{12} = 0.6, r_{13} = 0.7, r_{23} = 0.8$ હોય X_3 ની X_1 અને X_2 પરની નિયતસંબંધરેખા શોધો. અને જો $X_1 = 4$ અને $X_2 = 5$ હોય તો X_3 ની કિંમત નું અનુમાન કરો.

6

If $\bar{X}_1 = 6, \bar{X}_2 = 7, \bar{X}_3 = 8, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \sigma_3 = 3, r_{12} = 0.6, r_{13} = 0.7, r_{23} = 0.8$, then obtain regression equation of X_3 on X_1 and X_2 and if $X_1 = 4$ and $X_2 = 5$ then estimate the value of X_3 .

c) અતિગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

7

Find Mean and Variance of Hypergeometric distribution.

અથવા

OR

a) બહુચલીય સહસંબંધાંક $R_{1(23)}$ ની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે,

7

$$1) R_{1(23)}^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12}r_{13}r_{23}}{1 - r_{23}^2}$$

$$2) R_{1(23)}^2 = 1 - \frac{\sigma_{1.23}^2}{\sigma_1^2}$$

Define the multiple correlation coefficient $R_{1(23)}$. Prove that

$$1) R_{1(23)}^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12}r_{13}r_{23}}{1 - r_{23}^2}$$

$$2) R_{1(23)}^2 = 1 - \frac{\sigma_{1.23}^2}{\sigma_1^2}$$

b) જો $r_{12} = 0.65, r_{13} = 0.36, r_{23} = 0.56, \sigma_1 = 2, \sigma_2 = 1, \sigma_3 = 3$ હોય તો $r_{13.2}$ અને $R_{1(23)}^2$ શોધો.

6

If $r_{12} = 0.65, r_{13} = 0.36, r_{23} = 0.56, \sigma_1 = 2, \sigma_2 = 1, \sigma_3 = 3$ then Find $r_{13.2}$ and $R_{1(23)}^2$.

c) સ્ટુડન્ટ - t વિતરણ માટે પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,

7

$$\mu_r' = v^r \frac{\left[r + \frac{1}{2} \right] \left[\frac{v}{2} - r \right]}{\left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{v}{2} \right]}$$

તે પરથી દ્વિતીય કેન્દ્રીય પ્રઘાત મેળવો.

For the Student - t distribution, Prove that as usual notation,

$$\mu_r' = v^r \frac{\left[r + \frac{1}{2} \right] \left[\frac{v}{2} - r \right]}{\left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{v}{2} \right]}$$

Obtain third central moment from it.
